

# 圆环形 Fresnel 阵的声束聚焦特性\*

姜永亮 汪承灏\*\*

中国科学院声学研究所, 北京 100080

**摘要** 利用圆环形 Fresnel 阵列超声换能器可以实现声束聚焦 B 扫描成像. 分析了圆环形 Fresnel 阵列产生的声场特性, 包括轴上, 焦平面上和全空间的聚焦声场分布, 随频率变化的聚焦扫描特性, 横向及纵向分辨率等. 由研制压电陶瓷环形 Fresnel 阵列换能器进行了实验研究, 其结果与理论是符合的, 最后还进行了成像的初步实验.

**关键词** 声聚焦 超声成像 Fresnel 阵列

超声成像发展方向之一就是提高分辨率, 这就要提高超声的工作频率和声束的聚焦. 声束聚焦有一些方法可以实现<sup>[1]</sup>. 如用声透镜的方法可以实现声束的聚焦, 但其焦距是固定的, 而依靠机械实现快速扫描成像是困难的. 为了实现快速扫描, 可以采用相控阵电子扫描的方法, 但是频率不能太高, 目前实用工作频率在 10 MHz 以下; 另外通道数也不能太多, 否则设备将庞大.

另外一种方法就是运用 Fresnel 阵列换能器实现聚焦, 并且随频率变化, 将会实现聚焦深度的 B 扫描<sup>[2]</sup>. 这种电子扫描方式比相控阵方式简单, 即不要对每个阵元独立控制, 加到各阵元是同一信号元, 而仅需改变频率, 就可实现聚焦扫描. 我们对它进行了一系列研究<sup>[3~6]</sup>, 主要集中在实现线聚焦的一维条形 Fresnel 透镜, 它可构成射频频谱分析器<sup>[7]</sup>, 但一般不能用于声成像, 用于声成像需要用本文的圆环形 Fresnel 阵.

本文将研究在流体中用圆环形实现聚焦扫描的特性分析, 包括会聚声束随频率变化的扫描特性, 声场沿轴上纵向和焦平面上横向的分布情况, 横向和纵向分辨率, 全空间分布, 及其在焦点的频率响应等等. 同时将上述参量的实验结果与理论分析进行了比较, 并进行了初步成像的实验研究.

## 1 理论分析

### 1.1 声场表达式

在流体介质中, 声源处  $ds$  元 (具有质点速度  $U_0$ ) 在距离  $R$  处产生的声压为

$$dp_0 = -\frac{j\omega\rho U_0}{R} e^{j(KR - \omega t)} ds, \quad (1)$$

其中  $\omega$  为角频率,  $\rho$  为流体密度,  $K$  为波数, 整个源在  $R$  处产生的声压为

2001-02-08 收稿, 2001-04-23 收修改稿

\* 国家自然科学基金重点项目资助 (批准号: 19634050)

\*\* E-mail: chwang@usel.ioa.ac.cn

$$P_0 = - \iint_s \frac{j\omega\rho U_0}{R} e^{j(KR - \omega t)} ds. \quad (2)$$

对于有  $N$  个圆环的圆环形 Fresnel 阵 (如图 1 所示), 第  $n$  个环的半径为  $r_{0n}$  满足

$$r_{0n}^2 = N_s + B \cdot n, \quad (3)$$

$N_s = r_{00}^2$  为决定起始半径的常数, 对场点  $(x, y, z)$ , 有  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $x = r \sin \theta$ ,  $y = r \cos \theta$ , 它与源  $(x_{0n}, y_{0n}, 0)$  距离为  $R_n$ , 则  $R_n = \sqrt{z^2 + r^2 + r_{0n}^2 - 2rr_{0n} \cos(\theta - \theta_0)}$ , 所以该阵产生声场为

$$P = j\omega\rho \sum_{n=1}^{N-1} \iint_{S_n} \frac{U_0 e^{j(KR_n)}}{R_n} dS_n, \quad (4)$$

积分表示沿第  $n$  个圆环积分。

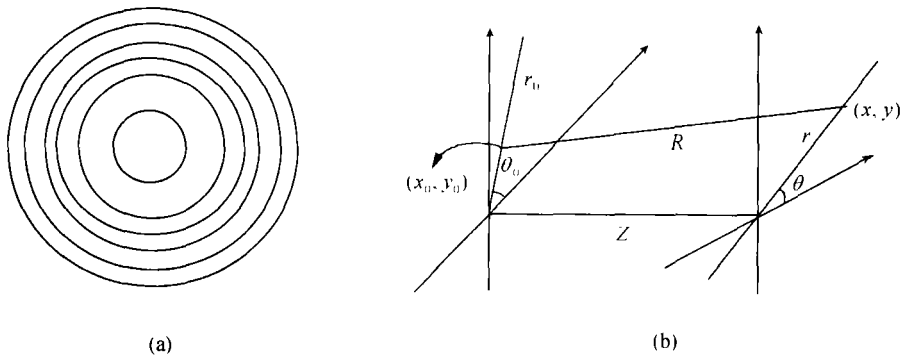


图 1 Fresnel 阵列及质点的声场结构

(a) 为 Fresnel 阵列; (b) 为声场结构

通常我们关心的是近轴远场条件, 即  $\sqrt{x_n^2 + y_n^2} \ll Z$ , 这时在振幅项中取  $R_n \approx Z$ , 在相位项中取  $R_n \approx Z + \frac{1}{2} \frac{r^2 + r_{0n}^2 - 2rr_{0n} \cos(\theta - \theta_0)}{Z}$ . 如令每个 Fresnel 带上产生的总体积速度是相同, 即每个环的面积  $S_0$  相同, 在我们的实验中, 每个元的速度幅值为  $U_0$ , 体积速度  $S_0 U_0 = A_0$ , 且相邻环极性相反, 即  $U_{0n} = (-1)^n A_0$ . 这时每个环带的宽度  $\Delta r_{0n} = r'_{0n} - r''_{0n}$  与  $r_{0n}$  成反比的, 即  $\Delta r_{0n} = \frac{S_0}{2\pi} \frac{1}{r_{0n}}$ , 则(4)式变为

$$P = j\omega\rho A_0 \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n \int_{r'_{0n}}^{r''_{0n}} \int_0^{2\pi} \frac{e^{jKR_n}}{Z} r_0 dr_0 d\theta. \quad (5)$$

在一般情况下,  $\Delta r_{0n} \ll r_{0n}$ , 则空间声场可以表示为

$$\begin{aligned} P(Z, r, \theta) &= \frac{j\omega\rho A_0 e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(Z + \frac{r^2}{2Z})}}{Z} \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n \int_0^{2\pi} e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \frac{r_{0n}^2 - 2rr_{0n} \cos(\theta - \theta_0)}{2Z}} d\theta_0 \\ &= \frac{j\omega\rho A_0 e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(Z + \frac{r^2}{2Z})}}{Z} \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n e^{j\frac{\pi}{\lambda Z} r_{0n}^2} J_0\left(\frac{2\pi r r_{0n}}{\lambda Z}\right). \end{aligned} \quad (6)$$

## 1.2 轴向声场

此时  $r=0$ , 所以相位项中  $R_n \approx Z + \frac{r_{0n}^2}{2Z} = Z + \frac{N_s + B \cdot n}{2Z}$ , 由于总环数应为偶数, 令  $N = 2N'$  ( $N'$  为某一个正整数), 所以轴向声场

$$P_{\text{axis}}(Z) = \frac{j\omega\rho A_0 e^{j\frac{2\pi}{\lambda}Z}}{Z} \sum_{n=0}^{2N'-1} (-1)^n \exp\left(j\frac{\pi}{\lambda} \frac{N_s + B \cdot n}{Z}\right) = P_0(Z) \sin\left(\frac{1}{2} \frac{\pi \cdot B}{\lambda \cdot Z}\right) \frac{\sin\left(\frac{N' \cdot \pi \cdot B}{\lambda \cdot Z}\right)}{N' \sin\left(\frac{\pi \cdot B}{\lambda \cdot Z}\right)}, \quad (7)$$

其中  $P_0(Z) = \frac{-2\omega\rho N' A_0}{Z} \exp\left\{j\frac{2\pi}{\lambda} \left[Z + \frac{B}{2Z} \left(\frac{N_s}{B} + N' - \frac{1}{2}\right)\right]\right\}$ . 从上式可以得出, 第 1 个主极大, 即 +1 级焦点, 对应于波长为  $\lambda = \lambda_0$  时, 而  $Z = Z_0$  为 +1 级焦距, 所以调频斜率函数  $B = \lambda_0 Z_0$  满足  $\frac{B}{\lambda Z} = \frac{\lambda_0 Z_0}{\lambda Z} = \pm(2m+1) = \pm L$  (这里  $m=1, 2, \dots$  为自然数,  $L$  为奇数) 时,  $P_{\text{axis}}(Z)$  取极大值.  $L$  取正奇数为  $L$  级会聚,  $L$  取负奇数为分散. 当  $L$  为偶数时, 因子  $\sin\left(\frac{\pi B}{2\lambda Z}\right) = 0$ , 这种消偶次会聚现象正是邻元极性反相的结果, 此时我们可以得出以下几个重要结论:

(1) Fresnel 环形阵, 在轴上同时发生多级的会聚和分散, ( $Z_L = \pm \frac{Z_0}{L}$ ,  $L$  为奇数, 即  $\pm 1$  级,  $\pm 3$  级,  $\pm 5$  级  $\dots$  会聚或分散). (2) 它的焦距正比于 Fresnel 的调频斜率函数  $B$ , 即  $Z_L \propto B$ . (3) 当频率变化时, 各级会聚的焦点将沿轴线作线性移动, 即  $Z_{10} = f \cdot \left(\frac{Z_0}{f_0}\right)$ ,  $Z_{1L} = \frac{f}{L} \cdot \frac{Z_0}{f_0}$ , 这正表明 Fresnel 阵随频率变化聚焦点作线性扫描规律. (4) 在焦点处频率响应的相对带宽为  $\frac{\Delta f}{f_L} = \frac{2}{N'L}$ , 它与阵元数  $N'$  成反比, 级数  $L$  成反比, 即阵元多, 级数高, 则分辨率越高. (5)

纵向分辨宽度为  $\Delta Z_L = \frac{2Z_L^2}{N'Z_0} = \frac{2Z_0}{N'L^2}$ , 它与  $N'$  和  $L^2$  成反比, 即高阶焦点有更高的分辨率.

## 1.3 焦平面上声场分布

由于是圆形声源, 焦点位于轴上, 因此在焦平面上距焦点半径  $r$  的圆环上声场大小是一致的. 设 Fresnel 环从圆心 ( $r_{0n}^2 = n \cdot B = n \cdot \lambda_0 Z_0$ ) 开始, 在孔径  $a$  内有  $2N'$  个环, 且环数很多, 则离散函数求和可以用积分来表示, 即

$$P_f = j\omega\rho A_0 \cdot \left(\frac{e^{-j\left(\frac{2\pi Z_0}{\lambda_0} + \frac{\pi r^2}{\lambda_0 Z_0}\right)}}{Z_0}\right) \int_0^a J_0\left(\frac{2\pi r r_0}{\lambda_0 Z_0}\right) dr_0 = \frac{j\omega\rho A_0 e^{-j\left(\frac{2\pi Z_0}{\lambda_0} + \frac{\pi r^2}{\lambda_0 Z_0}\right)}}{Z_0} \text{Jinc}\left(\frac{ra}{\lambda_0 Z_0}\right), \quad (8)$$

其中函数  $\text{Jinc}(X) = \frac{J_1(2\pi X)}{\pi X}$ ,  $X = \frac{ra}{\lambda_0 Z_0}$ .

由(8)式可见, 在焦平面上近轴声场近似可以用 Jinc 函数表示. 而 Jinc( $X$ ) 函数的第 1 个零点  $X = 0.61$ , 所以主瓣的半宽度为

$$\frac{1}{2}\Delta = 0.61 \frac{\lambda_0 Z_0}{a}, \quad (9)$$

因为  $a \approx \sqrt{N \cdot B} = \sqrt{N\lambda_0 Z_0}$ , 所以主瓣宽度为

$$\Delta = 1.22 \sqrt{\frac{\lambda_0 Z_0}{N}}, \quad (10)$$

由此可见声场的横向分辨率,以  $N$  的  $\frac{1}{2}$  次方增加,以  $B$  的  $\frac{1}{2}$  次方减小。

## 2 Fresnel 环形阵的声场特性研究

我们制成由 6 个压电陶瓷环组成的 Fresnel 阵换能器( $f_0 = 1$  MHz,  $Z_0 = 80$  mm,  $N = 6$ , 如图 1 所示)。理论计算严格按公式(5)进行,用陶瓷压电换能器(频响为 10 MHz)进行实验测定,用自制的全数字多通道超声探测成像系统(详见文献[8])作为电气发射系统和接收系统,水听器位置用精度为  $\pm 3 \mu\text{m}$  控平台控制,采样点间隔为 0.2 mm。

### 2.1 聚焦随频率的扫描特性

图 2 给出轴向声场随频率的变化,由图可见其正一级焦点的位置随频率改变呈线性变化。图 3 给出的是焦点随频率变化的理论计算和实验的结果,它们均呈线性变化,即 Fresnel 阵具有线性扫描特性。

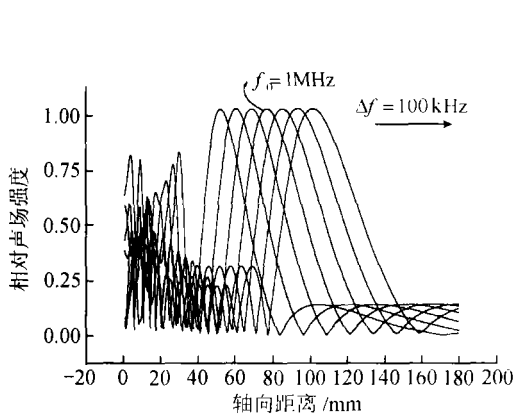


图 2 不同频率下的轴向声场强度

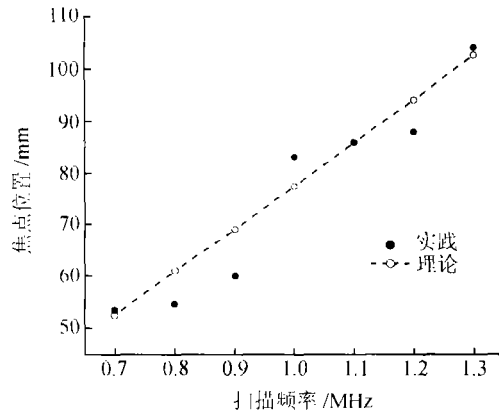


图 3 焦点随频率变化扫描图

### 2.2 焦平面上声场分布及横向分辨率

图 4 给出  $f_0 = 1$  MHz 在焦平面上的横向声场分布。从图可见,计算结果和实验测量结果两者符合得较好,特别是在主瓣内。在旁瓣实验结果数值较高的原因可能是由于存在本底噪声。

### 2.3 全空间声场分布及主要声场参数

图 5(a)给出了由(5)式计算结果生成的全空间的声场灰度图,图 5(b)则为实测全空间声场,两者有较符合的声场特性。

在表 1 中,我们列出了 Fresnel 阵列产生的声场的主要参数的理论计算值与实验值,从结果来看两者是大致相符合的。需要指出的旁瓣最大值两者大致相符,但它们发生在不同的地方,这也许是由于实际换能器阵列不可能是完全理想的缘故。

表 1 Fresnel 阵列产生的声场的主要参数理论值与实验值比较

参数	理论值	实验值
焦点位置/mm	80	83
轴向主瓣 - 3dB 宽/mm	23.9	27.4
焦平面处横向主瓣 - 3dB 宽/mm	2.2	2.6
焦平面处横向旁瓣/dB	-13.98	-14.61

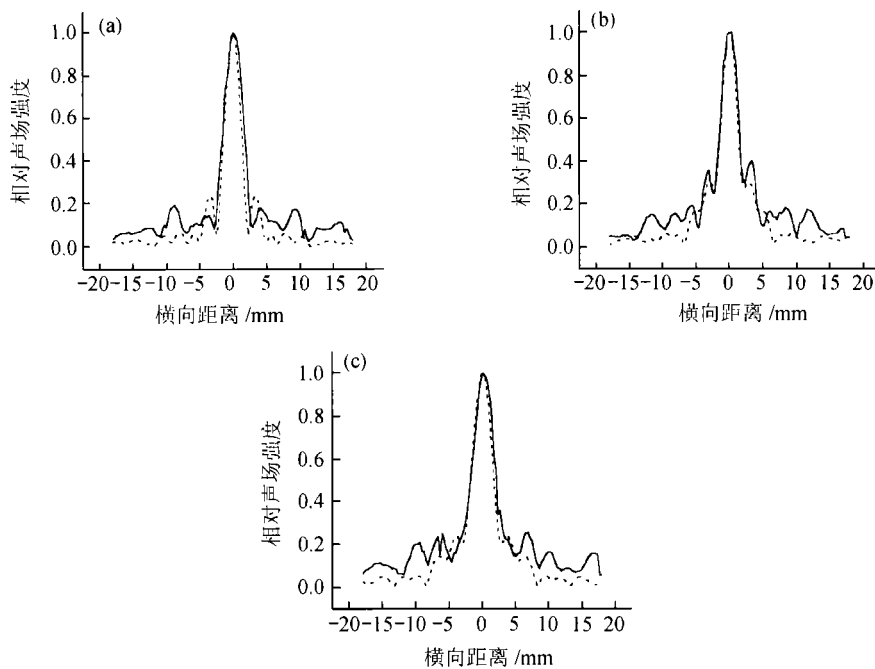


图 4 在焦面(a)及前后 10 mm(b)(c)的扫描声场分布  
(.....理论;——实验)

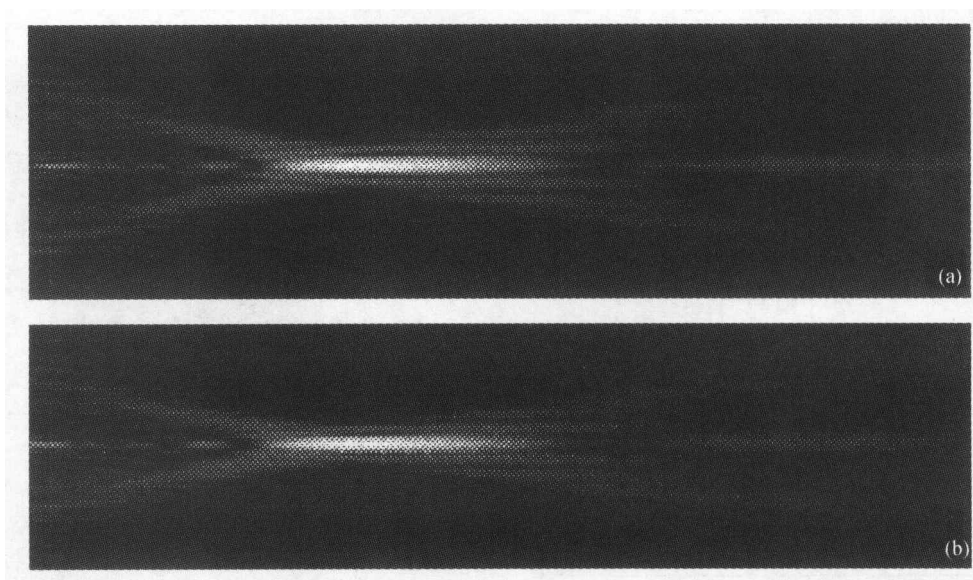


图 5 全空间声场  
(a) 为计算结果; (b) 为实测结果

### 3 Fresnel 阵的成像实验

为验证 Fresnel 阵换能器工作在自发自收状态时能否进行成像,我们做了如下成像实验.

利用自制的数字式多通道超声成像设备作为发射和主接收系统<sup>[8]</sup>. 发射信号的中心频率为  $f_0 = 1 \text{ MHz}$ , 包括有 20 个周期的调制波, 通过 A/D 变换, 数字采样后进行处理.

#### (1) 反射成像横向分辨率的实验

1 ~ 14 mm 的一组窄缝实验中, 反射信号幅度降低 3 和 6 dB 时相应缝宽与实际缝宽的结果列于表 2, 由于是相干场, 在窄缝上反射、散射声场再被此阵相干接收, 其理论分析将是极其复杂的, 对此我们还不能作出准确的分析, 也就不能对实验结果作出合理的解释. 但是从实验结果我们大致看到下述两点: 1) 对缝宽小于换能器横向主瓣宽度的 1 和 2 mm 的窄缝, 无论聚焦于何处, 都存在一定的反射信号; 2) 在达到一定缝宽后, 反射信号下降 6 dB 时偏离主峰的宽度与缝宽大致相

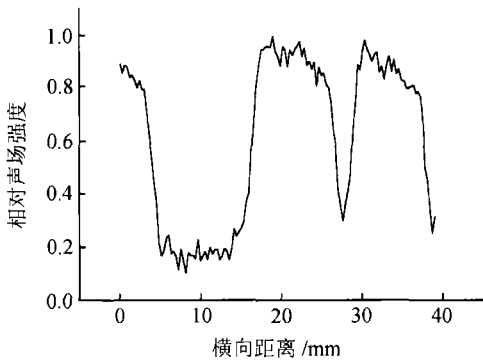


图 6 12mm + 2mm 窄缝测量的反射声场强度

同. 图 6 是 12mm + 2mm 窄缝测得的反射声场的结果.

表 2 测量的 -3 和 -6 dB 处的相应缝宽

缝宽/mm	1	2	4	6	8	10	12	14
-3dB 时的测量宽度	1.1	2.8	5.4	7.1	9.3	11.4	13.3	14.9
-6dB 时的测量宽度	—	1.7	4.3	6.1	8.3	10.0	12.0	13.5

—表示未测量数据

#### (2) 镂空“+”形铝板的反射成像

镂空铝板如图 7(a)所示, 所测结果的灰度图如图 7(b)所示. 图 7 的 5 个切面反射信号如

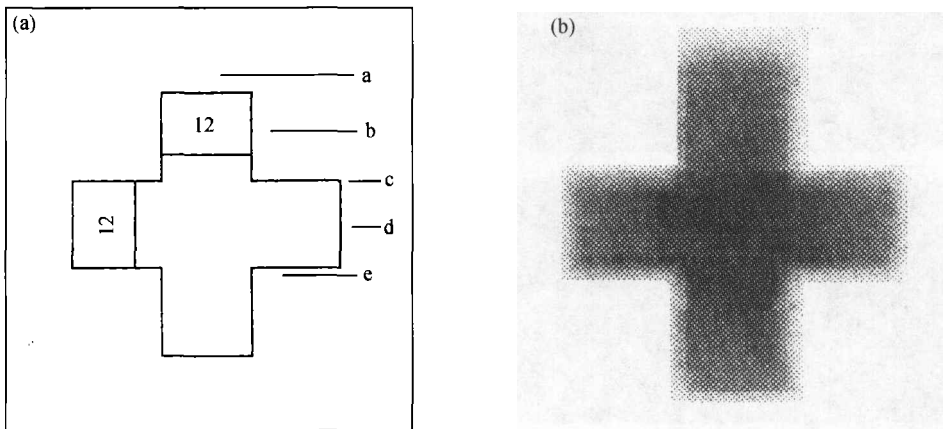


图 7 “+”形样品及其声像

(a) 样品; (b) 样品的声像

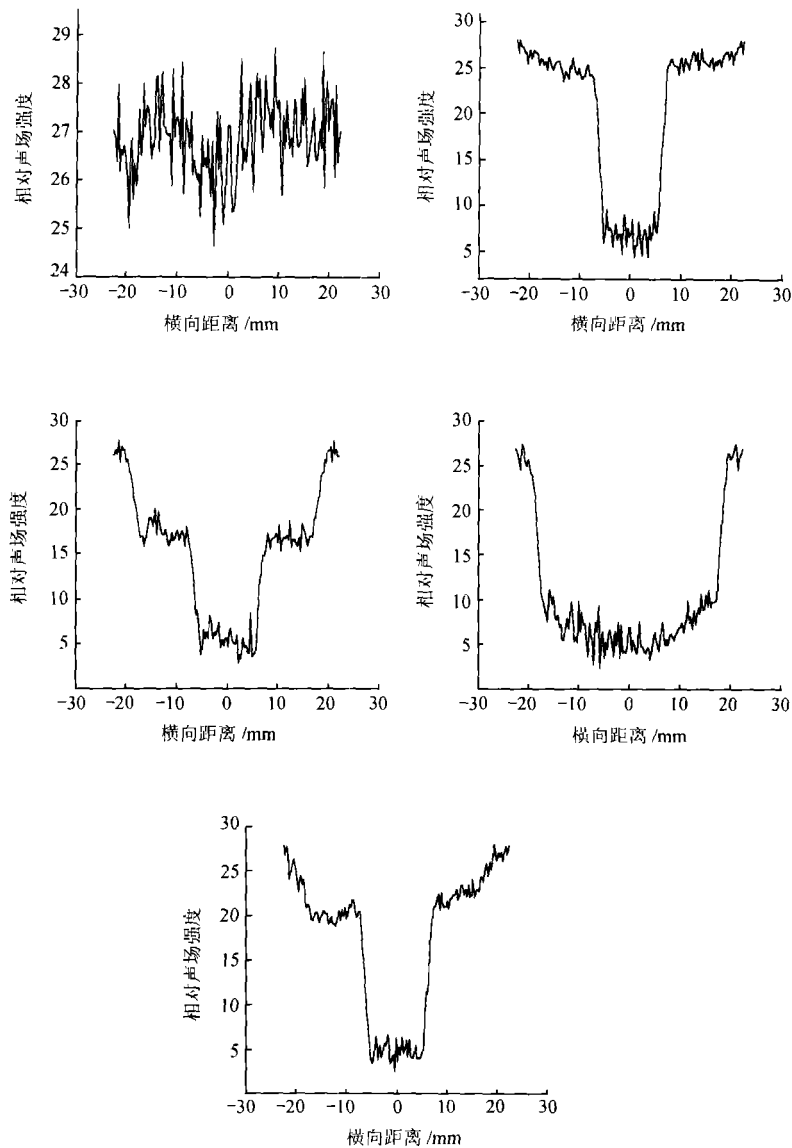


图 8 “+”形样品不同位置测得的反射声强分布  
(a)~(e)相应于图 7(a) a~e 中不同切面位置

图 8. 图 8(a)对应全反射时情况(图 7(a)中的 a),图 8(b)和(d)对应中间一段无反射信号情况,图 8(b)对应窄的镂空部分(图 7(a)中的 b),图 8(d)对应宽的镂空部分(图 7(a)中的 d);图 8(c)是沿 + 字的边缘扫描(图 7(a)中的 c),在  $\pm 20$  之外为全反射,靠中间对称的两段正落在“+”字的边缘,反射信号大约为最大值的一半,中央对应镂空部分;图 8(e)是沿“+”字的边缘靠下,两个对称的区间段的反射信号下降约为  $1/3$ .

## 4 小结

本文研究了 Fresnel 环形阵列换能器所产生的聚焦声场, 分析了焦距随频率的线性扫描特性及利用这种特性实现聚焦扫描成像的可能性. 着重研究了它的聚焦声场特性, 如轴上焦平面和全空间的声场, 横向分辨力等. 并用该换能器进行了反射成像的实验. 理论分析和实验结果表明, 用环形 Fresnel 换能器阵列在聚焦型扫描成像有应用潜力, 特别是在高频范围. 当然要在实际中应用还需要对换能器结构(如对换能器阵列进行加权以进一步降低空间旁瓣)进行改善, 具体应用中可能存在的问题等都还需要进一步研究.

## 参 考 文 献

- 1 Kino G S. Acoustic Waves: Devices, Imaging & Analog Signal Processing, 1987, Prentice-Hall, ch 3
- 2 吴进远, 等. Fresnel 阵在固体中所产生聚焦和扫描特性. 物理学报, 1988, 39(10): 1575
- 3 Qiao D H, et al. Focusing in solids and application in acoustic imaging. Chinese J of Acoustics, 1992, 11(4): 335
- 4 Qiao D H, et al. ZnO planar focusing transducer on Fresnel array. Acoustic Imaging, 1995, 20: 353
- 5 Qiao D H, et al. Study of focusing properties of acoustic beam in solid. Levy M, et al. eds. Proc of IEEE, Ultrasonic Symposium, Cannes, France, New York: IEEE Inc, 1994. 1071
- 6 汪承灏, 等. 固体表面 Fresnel 阵列产生的声束聚焦的研究. 声学学报, 1999, 24(4): 351
- 7 汪承灏. 固体中声束的扫描聚焦和纯声学频谱分析器. 全国声学学术会议论文集. 中国声学学会编. 上海: 同济大学出版社, 1988. 26
- 8 刘 晨, 等. 超声数字式相位阵换能器动态聚焦系统研制. 应用声学, 2000, 19(6): 14